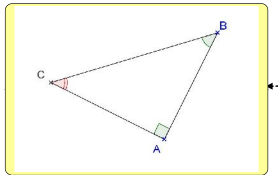
Trigonométrie

Vocabulaire

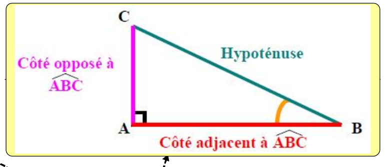


Un triangle rectangle est un triangle qui possède un angle droit.
L'hypoténuse est le côté situé en face de l'angle droit : [BC].
Les autres côtés sont appelés les côtés de l'angle droit.
Par rapport à l'angle $\widehat{CBA}$: [AB] est le côté adjacent et [CA] est le côté opposé.
Par rapport à l'angle $\widehat{ACB}$: [CA] est le côté adjacent et [AB] est le côté opposé.

Propriétés

Dans un triangle, l'hypoténuse est le côté le plus long : BC > AC et BC > BA.
Dans un triangle rectangle, la somme des deux angles aigus est égale à 90° : on dit qu'ils sont complémentaires.
Dans un triangle quelconque, la somme des trois angles est égale à 180°.

Relations trigonométriques



$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{\text{côté adjacent de l'angle } \widehat{ABC}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{\text{côté opposé de l'angle } \widehat{ABC}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{BC}$$

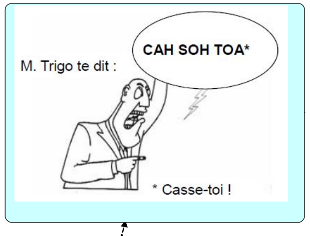
$$\tan(\widehat{ABC}) = \frac{\text{côté opposé de l'angle } \widehat{ABC}}{\text{côté adjacent de l'angle } \widehat{ABC}}$$

$$\tan(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{AB}$$

Pour tout angle aigu x , $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Aides

En apprenant le mot « SOHCAHTOA », on peut retrouver les trois formules :
- ✓ *SOH* : *S* inus est égal au côté *O* pposé sur l' *H* ypoténuse,
- ✓ *CAH* : *C* osinus est égal au côté *A* djacent sur l' *H* ypoténuse,
- ✓ *TOA* : *T* angente est égal au côté *O* pposé sur *A* djacent.



Méthodes

- Si on ne cherche pas ou si l'on ne connaît pas l'hypoténuse, on applique la tangente. Dans le cas contraire, on applique le cosinus ou le sinus.
- L'hypoténuse est toujours au dénominateur.
- Si on cherche une mesure d'angle, on utilise cos-1, sin-1 ou tan-1 .

Déterminer un angle aigu lorsqu'on connaît les longueurs de deux côtés

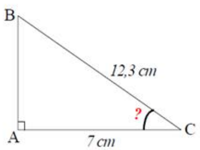
Enoncé : *L'unité de longueur est le centimètre. Pour les mesures des angles, on donnera les valeurs arrondies au degré. ABC est un triangle rectangle en A. Calcule la mesure de l'angle* $\widehat{ACB}$ *lorsque :*
a) *AC = 7 et BC = 12,3 ;* ***b)*** *AC = 10 et AB = 4.*

Solution *:*

Dans le triangle ABC, on a :

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{BC} = \frac{7}{12{,}3}$$

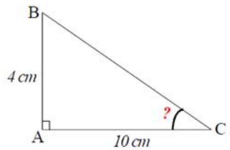
Donc $\widehat{ABC} \approx 55°$



Dans le triangle ABC, on a :

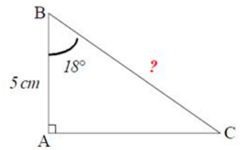
$$\tan(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{10} =$$

Donc $\widehat{ABC} \approx 22°$



Calculer les longueurs de côtés lorsqu'on connaît un angle et la longueur d'un côté

Enoncé : *L'unité de longueur est le centimètre. Pour les mesures des angles, on donnera les valeurs arrondies au degré. ABC est un triangle rectangle en A tel que* $\widehat{ABC} = 18°$ *et AB = 5 : calculer BC et AC.*



Solution *:*

Dans le triangle ABC, on a : $\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC}$ *donc*

$$\cos(18°) = \frac{5}{BC} \rightarrow BC = \frac{5}{\cos(18°)}$$

Donc $BC \approx 5{,}26cm$

Dans le triangle ABC, on a : $\tan(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{AB}$ *donc*

$$\tan(18°) = \frac{AC}{5} \rightarrow AC = 5 \times \tan(18°)$$

Donc $BC \approx 5{,}26cm$