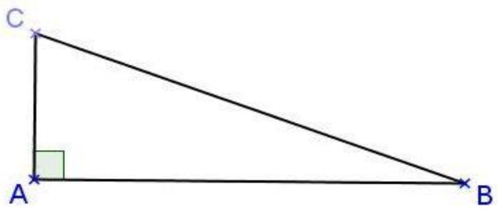
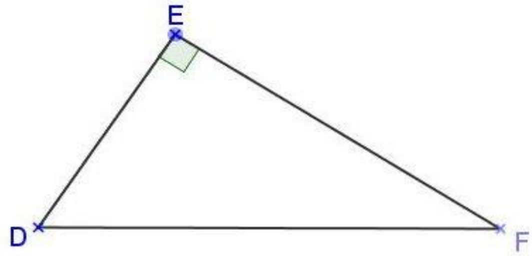
Exercices : Théorème de Pythagore

Exercice 1 : Débuter en douceur

On considère les deux triangles rectangles ci-dessous.





Pour chacun d'eux,

1) Recopier et compléter :
2) Enoncer le théorème de Pythagore pour ces deux triangles.

Triangle ABC	*Triangle DEF*
Le triangle ABC est rectangle en A. **L'hypoténuse du triangle ABC est le côté [BC].** **Dans le triangle ABC, les côtés de l'angle droit sont [AC] et [AB].** **D'après le théorème de Pythagore, on a :** $BC^2 = BA^2 + AC^2$	**Le triangle DEF est rectangle en E.** **L'hypoténuse du triangle DEF est le côté [DF].** **Dans le triangle DEF, les côtés de l'angle droit sont [DE] et [EF].** **D'après le théorème de Pythagore, on a :** $DF^2 = DE^2 + EF^2$

Mini-flashback :

Où se trouve le centre du cercle circonscrit au triangle ABC ? Au triangle DEF ?

Le centre du cercle circonscrit au triangle ABC se trouve au milieu de [BC], l'hypoténuse. De même le centre du cercle circonscrit au triangle DEF se trouve au milieu de [DF].

Exercice 2 : Calculer la longueur de l'hypoténuse

Soit AMF un triangle rectangle en M tel que : $AM = 21$ cm et $MF = 28$. Calculer AF.

1) Faite une figure à main levée en n'oubliant pas les codages.
2) Recopier la réponse à trous suivante :

   On sait que le triangle **AMF** est rectangle en **M**.

   Or, d'après le **théorème** de **Pythagore**, on a : $AF^2 = AM^2 + MF^2$

   La longueur AF vaut **35** cm.

$$AF^2 = AM^2 + MF^2$$
$$AF^2 = 21^2 + 28^2$$
$$AF^2 = 441 + 784$$
$$AF^2 = 1225$$
$$AF = \sqrt{1125} = 35$$

Exercice 3 : Calculer la longueur de l'hypoténuse- Bis

1) Soit EGL un triangle rectangle en L, tel que $EL = 2,5$ cm et $LG = 6$ cm. Calculer EG.

On sait que le triangle EGL est rectangle en L.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a : $EG^2 = EL^2 + LG^2$

La longueur EG vaut 6,25 cm.

$$EG^2 = EL^2 + LG^2$$
$$EG^2 = 2,5^2 + 6^2$$
$$EG^2 = 6,25 + 3$$
$$EG^2 = 42,25$$
$$EG = \sqrt{42,25} = 6,5$$

2) Soit LPA un triangle rectangle en A, tel que AP = 6 mm et AL = 4 mm. Calculer PL.

On sait que le triangle LPA est rectangle en A.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a : $LP^2 = LA^2 + AP^2$

La longueur LP vaut environ 7,21 cm.

$$LP^2 = LA^2 + AP^2$$
$$LP^2 = 4^2 + 6^2$$
$$LP^2 = 16 + 36$$
$$LP^2 = 52$$
$$LP = \sqrt{52} \approx 7,21$$

3) Soit ZEN un triangle rectangle en E, tel que ZE = 2,4 m et EN = 3,2 m. Calculer ZN.

On sait que le triangle ZEN est rectangle en E.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a : $ZN^2 = ZE^2 + EN^2$

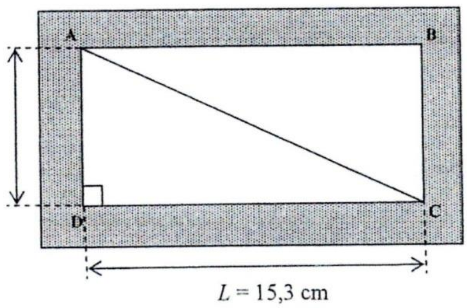
La longueur ZN vaut 4 cm.

$$ZN^2 = ZE^2 + EN^2$$
$$ZN^2 = 2,4^2 + 3,2^2$$
$$ZN^2 = 5,76 + 10,24$$
$$ZN^2 = 16$$
$$ZN = \sqrt{16} = 4$$

Cours de mathématique de 3ème

Exercice 4 : Pythagore et son écran plat

Un client a choisi un écran dont voici les dimensions :



1) Calculer la diagonale AC de l'écran. Arrondir à 0,1 cm.

On sait que le triangle ADC est rectangle en D.
Or, d'après le théorème de Pythagore, on a : $AC^2 = AD^2 + DC^2$
La longueur AC vaut environ 17,5 cm.

$AC^2 = AD^2 + DC^2$
$AC^2 = 8{,}6^2 + 15{,}3^2$
$AC^2 = 73{,}96 + 234{,}09$
$AC^2 = 308{,}05$
$AC = \sqrt{308{,}05} \approx 17{,}5$

2) Un écran est dit « 16/9ème » lorsque ses dimensions vérifient la relation $\frac{L}{l} = \frac{16}{9}$.

L'écran précédant est-il un « 16/9ème » ? Justifier la réponse. $\frac{L}{l} = \frac{15{,}3}{8{,}6} \approx 1{,}779$ **et** $\frac{16}{9} \approx 1{,}777$**. Les rapports ne sont pas égaux donc l'écran n'est pas un 16/9ème .**

Exercice 5 : Calcul de la longueur d'un côté de l'angle droit

Soit BSR un triangle rectangle en S, tel que SB= 10 cm et BR= 26 cm. Calculer SR.

1) Faite une figure à main levée sans oublier le codage.
2) Recopier et compléter :
« On sait que le triangle **BSR** est rectangle en **S**.
Or, d'après le **théorème** de **Pythagore**, on a :
La longueur SR vaut **24** cm. »

$BS^2 + SR^2 = BR^2$
$SR^2 + 10^2 = 26^2$
$SR^2 + 100 = 676$
$SR^2 = 676 - 100$
$SR^2 = 576$
$SR = \sqrt{576} = 24$

Exercice 6 : Calcul de la longueur d'un côté de l'angle droit- Bis

Soit BHP un triangle rectangle en H, tel que BP = 5,3 cm et BH = 2,8 cm. Calculer HP.

1) Soit LOT un triangle rectangle en O, tel que LO=2,4 m et LT= 16 m. Calculer OT.

On sait que le triangle LOT est rectangle en O.
Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :
La longueur OT vaut environ 15,82 cm.

$OT^2 + LO^2 = LT^2$
$OT^2 + 2{,}4^2 = 16^2$
$OT^2 + 5{,}76 = 256$
$OT^2 = 256 - 5{,}76$
$OT^2 = 250{,}24$
$OT = \sqrt{250{,}24} \approx 15{,}82$

2) Soit CAT un triangle rectangle en A, tel que CA = 7 mm et CT = 14 mm. Calculer AT.

On sait que le triangle CAT est rectangle en A.
Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :
La longueur AT vaut environ 12,12 cm.

$AT^2 + CA^2 = CT^2$
$AT^2 + 7^2 = 14^2$
$AT^2 + 49 = 196$
$AT^2 = 196 - 49$
$AT^2 = 147$
$AT = \sqrt{147} \approx 12{,}12$

Exercice 7 : La réciproque du théorème de Pythagore

Soit EJO un triangle tel que EJ = 21 cm, JO= 29 cm et EO = 20 cm.

1) Faite une figure à main levée sans oublier le codage.
2) Démontrer que EJO est un triangle rectangle :
Recopier et compléter :
« On sait que le côté le plus grand est **JO**. Si le triangle serait rectangle, ce côté serait **l'hypoténuse**.
D'une part, on a : $JO^2 = 29^2 = 841$
D'autre part, on a : $EJ^2 + EO^2 = 21^2 + 20^2 = 841$
On constate que $EJ^2 + EO^2 = JO^2$.
Donc, d'après la **réciproque** du **théorème** de **Pythagore**, le triangle EJO est rectangle **en E**. »

Exercice 8 : La réciproque du théorème de Pythagore-Bis

1) Soit DOG un triangle tel que DO = 2,5 cm, OG = 6,5 cm et DG = 6 cm. Démontrer que DOG est un triangle rectangle.

On sait que le côté le plus grand est OG. Si le triangle serait rectangle, ce côté serait l'hypoténuse.

D'une part, on a : $OG^2 = 6,5^2 = 42,25$

D'autre part, on a : $DO^2 + DG^2 = 2,5^2 + 6^2 = 42,25$

On constate que $DO^2 + DG^2 = OG^2$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DOG est rectangle en D.

2) Soit HIP un triangle tel que HI = 6,5 cm, IP = 7,2 cm et HP = 9,7 cm. Démontrer que HIP est un triangle rectangle.

On sait que le côté le plus grand est HP. Si le triangle serait rectangle, ce côté serait l'hypoténuse.

D'une part, on a : $HP^2 = 9,7^2 = 94,09$

D'autre part, on a : $HI^2 + IP^2 = 6,5^2 + 7,2^2 = 94,09$

On constate que $HI^2 + IP^2 = HP^2$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle HIP est rectangle en I.

3) Soit HOP un triangle tel que HO = 8,5 cm, OP = 4 cm et HP = 7,5 cm.

On sait que le côté le plus grand est HO. Si le triangle serait rectangle, ce côté serait l'hypoténuse.

D'une part, on a : $HO^2 = 8,5^2 = 72,25$

D'autre part, on a : $OP^2 + HP^2 = 4^2 + 7,5^2 = 72,25$

On constate que $OP^2 + HP^2 = HP^2$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle HOP est rectangle en P.

Exercice 9 : Contraposée du théorème de Pythagore

Soit LUT un triangle tel que LU = 21 cm, UT = 34 cm et LT = 28 cm.

1) Faite une figure à main levée sans oublier le codage.
2) Le triangle LUT est-il rectangle ?

Recopier et compléter :

« On sait que le côté le plus grand est **UT**. Si Le triangle LUT est rectangle, ce côté serait **l'hypoténuse**.

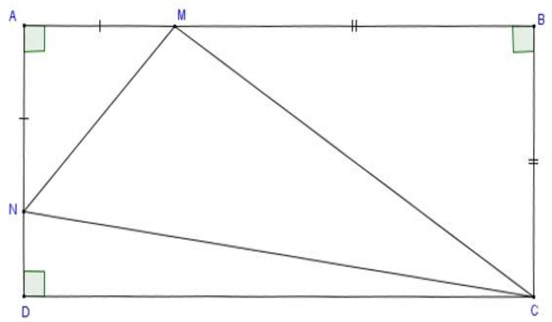
D'une part, on a : $UT^2 = 34^2 = 1156$

D'autre part, on a : $LU^2 + LT^2 = 21^2 + 28^2 = 1225$

On constate que $LU^2 + LT^2 \neq UT^2$.

Donc, d'après la **contraposée** du **théorème** de **Pythagore**, le triangle LUT est rectangle. »

Exercice 10 : Théorème, réciproque et contraposée



ABCD est un rectangle tel que AM=3cm et MB=5cm.

1) Calculer ND et DC.

ND = AD – AN = 5 – 3 = 2 cm

DC = AM + MB = 3 + 5 = 8 cm

2) Calculer les valeurs exactes des longueurs MN, MC et NC.

On sait que le triangle NAM est rectangle en A.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$NM^2 = NA^2 + AM^2$

$NM^2 = 3^2 + 3^2$

$NM^2 = 9 + 9$

$NM^2 = 18$

$NM = \sqrt{18}$

La longueur MN vaut environ $\sqrt{18}$ **cm.**

On sait que le triangle MBC est rectangle en B.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$MC^2 = MB^2 + BC^2$

$MC^2 = 5^2 + 5^2$

$MC^2 = 25 + 25$

$MC^2 = 50$

$MC = \sqrt{50}$

La longueur MC vaut environ $\sqrt{50}$ **cm.**

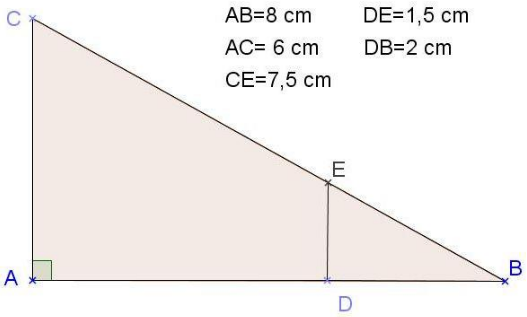
On sait que le triangle NDC est rectangle en D.
Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$NC^2 = ND^2 + DC^2$$
$$NC^2 = 2^2 + 8^2$$
$$NC^2 = 4 + 64$$
$$NC^2 = 68$$
$$NC = \sqrt{68}$$

La longueur NC vaut environ $\sqrt{68}$ cm.

3) Démontrer que les droites (MN) et (MC) sont perpendiculaires

Pour démontrer que les droites (MN) et (MC) sont perpendiculaires, on va montrer que le triangle NMC est rectangle en M.
On sait que le côté le plus grand est NC. Si le triangle serait rectangle, ce côté serait l'hypoténuse.
D'une part, on a : $NC^2 = \left(\sqrt{68}\right)^2 = 68$
D'autre part, on a : $NM^2 + MC^2 = \left(\sqrt{18}\right)^2 + \left(\sqrt{50}\right)^2 = 68$
On constate que $NM^2 + MC^2 = NC^2$**.**
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle NMC est rectangle en M.
Et donc les droites (MN) et (MC) sont bien perpendiculaires.



<u>Exercice 11 : Théorème, réciproque et contraposée bis</u>

Soit ABC un triangle rectangle en A.
Les points B, E et C sont alignés. Il en est de même pour les points A, D et B.

1) Montrer que BC=10 cm.

On sait que le triangle BAC est rectangle en A.
Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = BA^2 + AC^2$$
$$BC^2 = 8^2 + 6^2$$
$$BC^2 = 64 + 36$$
$$BC^2 = 10$$
$$BC = \sqrt{100} = 10$$

La longueur BC vaut environ 10 cm.

2) Quelle est la nature du triangle EDB ?

EB = CB – CE = 10 – 7,5 = 2,5 cm.
On sait que le côté le plus grand est EB. Si le triangle serait rectangle, ce côté serait l'hypoténuse.
D'une part, on a : $EB^2 = 2,5^2 = 6,25$
D'autre part, on a : $ED^2 + DB^2 = 1,5^2 + 2^2 = 6,25$
On constate que $ED^2 + DB^2 = EB^2$**.**
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EDB est rectangle en D.

3) Démontrer que les droites (AC) et (DE) sont parallèles.

On sait que (AC) est perpendiculaire à (AB). On sait aussi que (DE) est perpendiculaire à (AB).
Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
Donc les droites (AC) et (DE) sont parallèles.