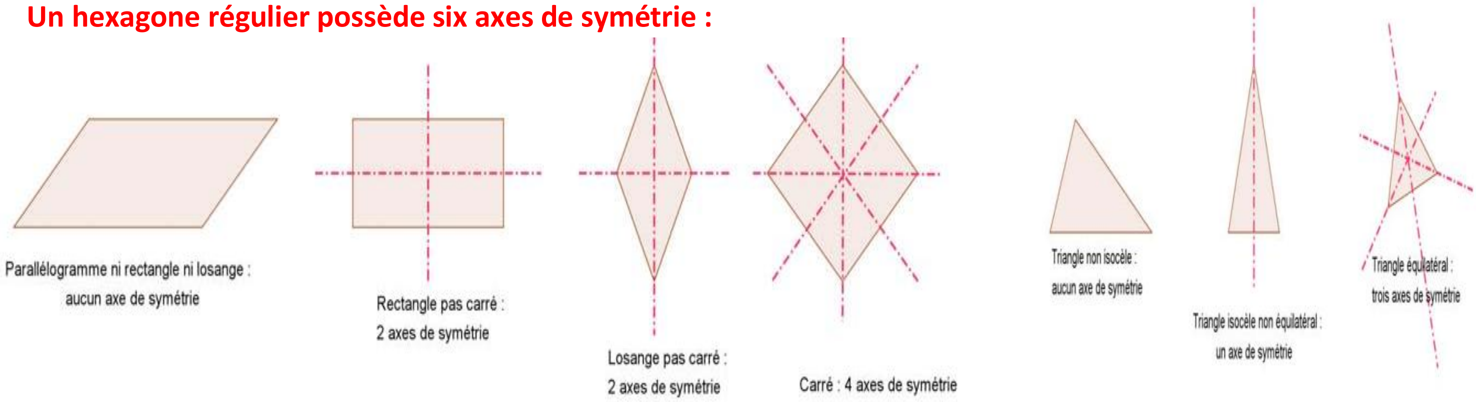
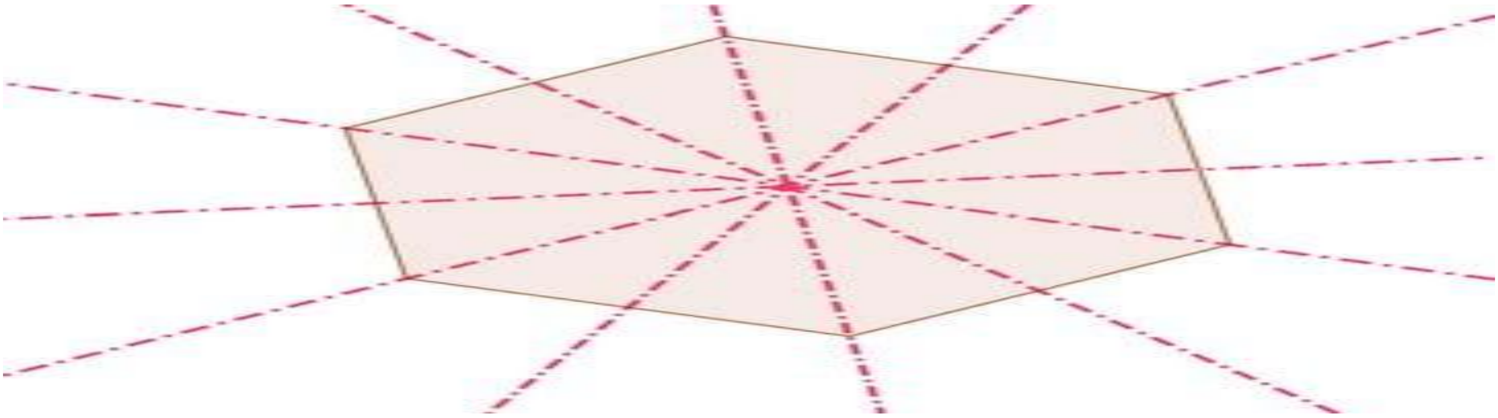
Exercices sur les transformations

Exercice 1 :

Combien d'axes de symétrie possèdent : un triangle (on distinguera différents cas) ? Un parallélogramme (on distinguera différents cas) ? Un cercle ? Un hexagone régulier ? **Un cercle possède une infinité d'axe de symétrie. Ce sont toutes les droites passant par le centre de ce cercle.**

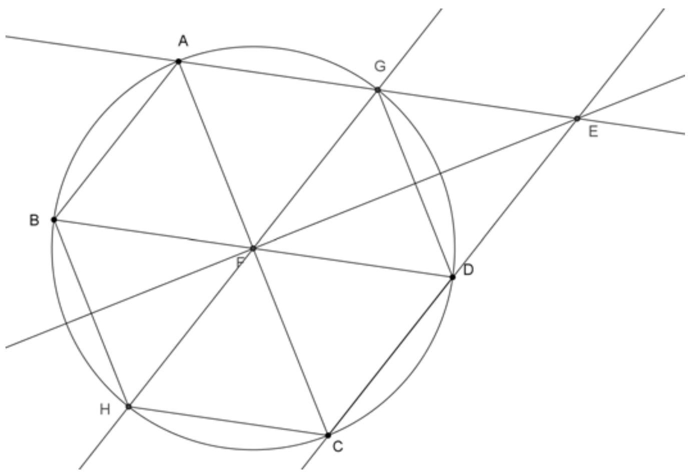
Un hexagone régulier possède six axes de symétrie :





Exercice 2 :

1) Tracer un triangle équilatéral ABF.
2) Soit C le symétrique de A par rapport à F et D le symétrique de B par rapport à F. La droite perpendiculaire à (AC) qui passe par F coupe (DC) en E. Tracer le cercle circonscrit au triangle ABC; il coupe [AE] en G.
3) Soit H le point diamétralement opposé à G sur le cercle circonscrit au triangle ABC. Faire une figure.
4) Emettre des conjectures (<u>on ne demande aucune justification</u>) sur :
   - la nature du polygone ABHCDG
   - les axes de symétrie du polygone ABHCDG
   - les axes de symétrie du triangle ACE
   - la rotation qui transforme A en D et C en B, en précisant ses éléments caractéristiques.



Il semble que :

- **ABHCDG soit un hexagone régulier**
- **les axes de symétrie du polygone ABHCDG soient d'une part les droites (GH), (AC), (BD) et d'autre part les médiatrices des côtés**
- **les axes de symétrie du triangle ACE soient les droites (FE), (GC) et (AD)**
- **la rotation qui transforme A en D et C en B soit la rotation de centre F, d'angle 120° dans le sens des aiguilles d'une montre.**

Cours de mathématique de 5ème

Exercice 3 :

ABCD est un carré de centre O et de côté 12 cm avec les points A, B, C et D disposés dans cet ordre et dans le sens des aiguilles d'une montre.

E et F sont deux points du segment [AB] tels que : AE = EF = FB = 4 cm.

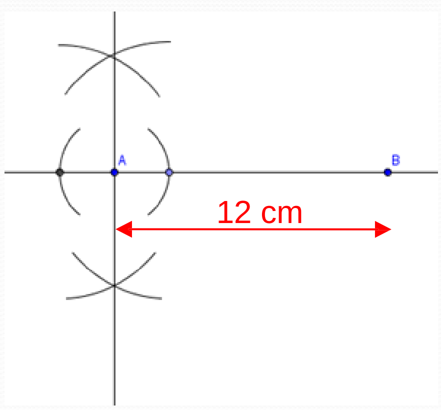
M est le milieu de [EF] et P est un point du segment [OM] tel que MP = 2 cm.

Les constructions demandées dans cet exercice seront réalisées à la règle graduée et au compas. Les traits de construction devront rester apparents.

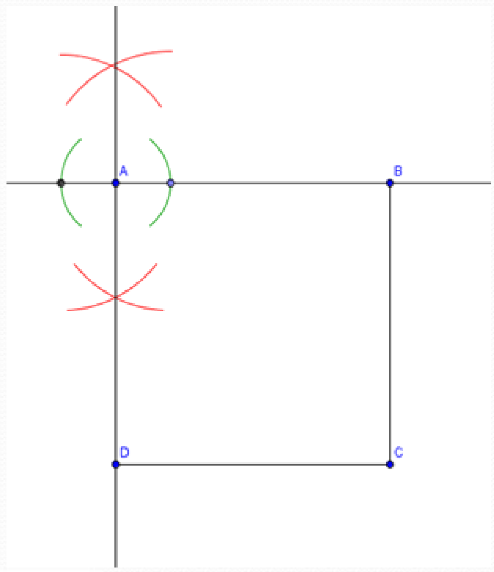
1) Tracer le carré ABCD puis le triangle EFP.
2) Construire l'image du triangle EFP par la rotation r de centre O, d'angle 90° et dans le sens des aiguilles du montre. On note G, Q et H les images respectives des points E, P et F par cette rotation.
3) Construire les points I, R et J images respectives des points G, Q et H par la rotation r.
4) Construire de même les points K, S et L images respectives des points I, R et J par la rotation r.
5) Quelle est l'image du segment [FG] par la rotation r ? Justifier.
6) Donner, en les caractérisant, deux transformations par lesquelles le triangle EFP a pour image le triangle IJR. Aucune justification n'est demandée.
7) Calculer l'aire du polygone EPFGQHIRJKSL.

1)

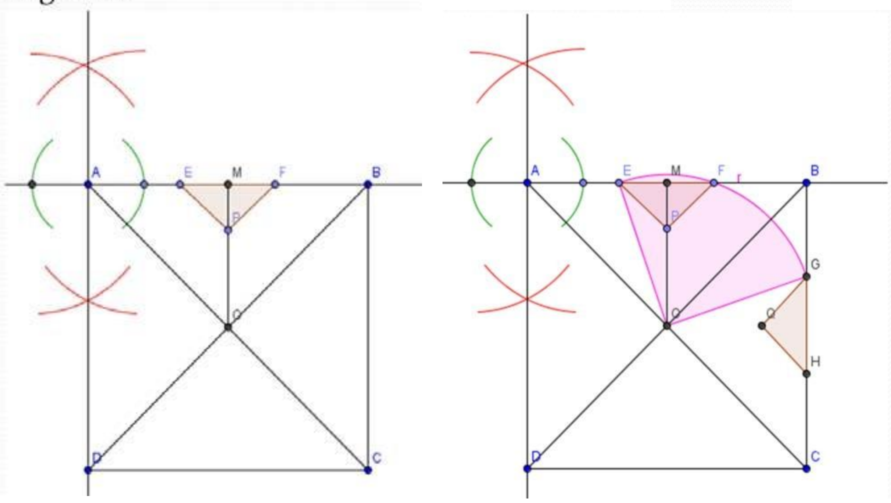
Construction de la droite perpendiculaire à (AB) passant par A :



On termine la construction du carré

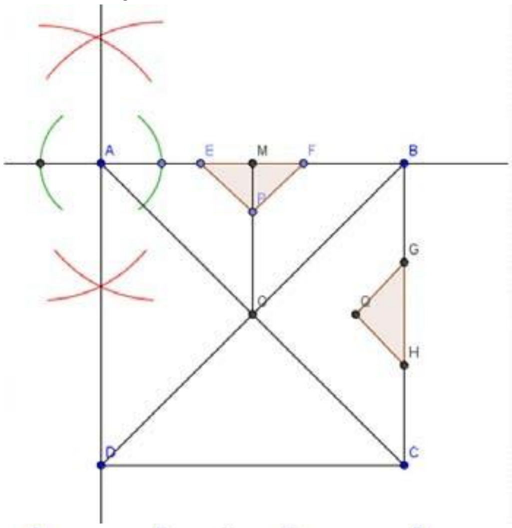


Tracé du triangle EFP



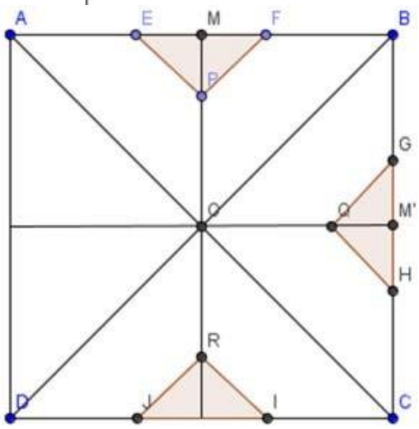
G est situé sur le cercle de centre O et de rayon OE. On place G sur ce cercle de façon à ce que (EO) et (OG) soient perpendiculaires. Attention au sens !

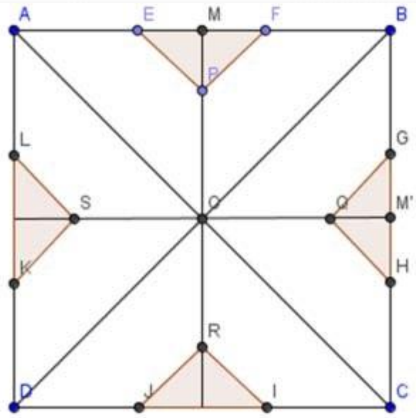
2)



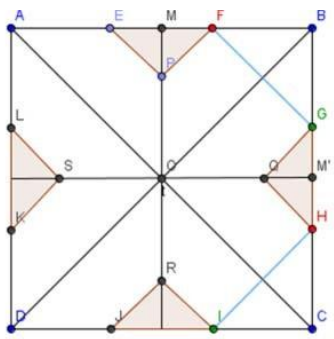
G, Q et H peuvent être construits à l'aide de la méthode précédente (tracés d'arcs de cercles)

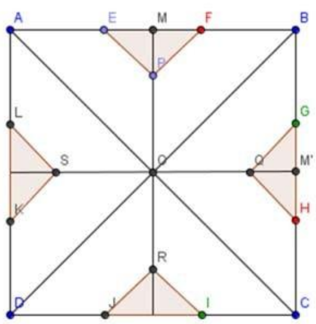
3)





4)





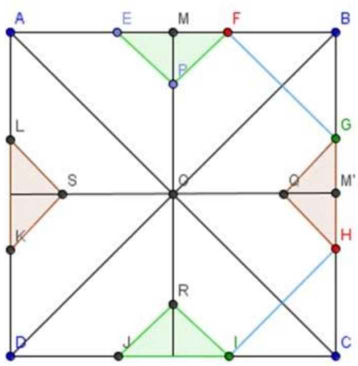
Considérons la rotation r :

•L'image du point F par r est le point H

•L'image du point G par r est le point I

•l'image du segment [FG] par r est donc le segment [HI].

5)

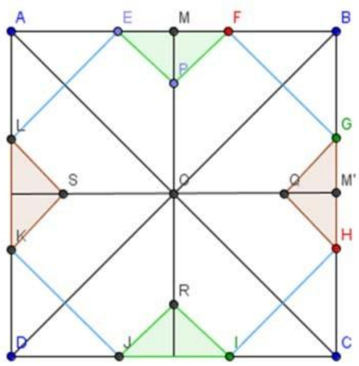


Le triangle EFP a pour image le triangle IJR par :

❖Une symétrie centrale de centre O
Ou
❖Une rotation de centre O et d'angle 180° (dans le sens direct ou indirect)

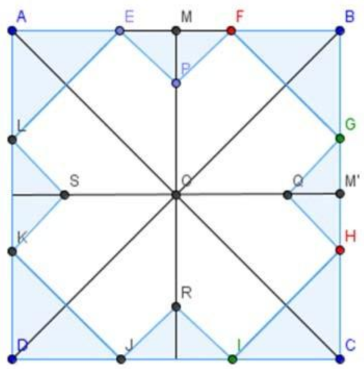
❖Une symétrie axiale d'axe (SQ)

6)



Pour calculer l'aire du polygone, on peut se servir de deux de ses axes de symétrie : (PR) et (SQ). L'aire du polygones est ainsi égale à quatre fois celle du polygone OPFGQ....

Autre solution :



L'aire du polygone s'obtient en enlevant à l'aire au carré ABCD les triangles apparaissant en bleu, à savoir :

- 4 fois l'aire du triangle FBG
- 4 fois l'aire du triangle EFP

Or, l'aire de EFP est égale à :

EF x MP / 2 = 4 x 2 / 2 = 4 cm²

L'aire de FBG est égale à :

FB x BG / 2 = 4 x 4 / 2 = 8 cm²

L'aire du carré ABCD est égale à 12 x 12 = 144 cm²

D'où l'aire du quadrilatère :

144 – 4 x 4 – 4 x 8 = 144 – 16 – 32 = 96 cm².

Exercice 4 :

1) Soit le quadrilatère ci-dessous : construire le début d'un pavage du plan constitué uniquement de quadrilatères isométriques au quadrilatère donné (on ne demande pas de justification).
2) A quelles familles appartiennent les isométries qui permettent de passer d'un quadrilatère du pavage à un autre (on ne demande pas de justification) ? **Les isométries qui permettent de passer d'un quadrilatère du pavage à un autre appartiennent à la famille des rotations de 180° (ou symétries centrales) ou à la famille des translations.**