Cours de mathématique de 3ème

Exercices: Les probabilités

Exercice 1 : Les bonbons

Un sachet contient 2 bonbons à la menthe, 3 à l'orange et 5 au citron. On tire, au hasard, un bonbon du sachet et on définit les événements suivants : A : « le bonbon est à la menthe » ; B : « le bonbon est à l'orange » ;
C : « le bonbon est au citron ».

1. Déterminer les probabilités *p*(A) puis *p*(B) et *p*(C).

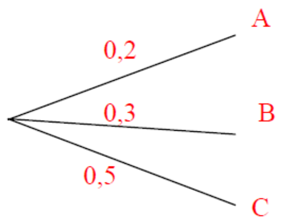
2. Représenter l'expérience par un arbre pondéré (on fait figurer sur chaque branche la probabilité associée).

1. Calcul de probabilités : Comme le bonbon est tiré au hasard, alors chaque bonbon a la même chance d'être tiré. Le nombre d'issues possibles est de 10 (2 + 3 + 5 = 10). L'événement A est constitué de deux issue favorables, on a donc : $p(A)=\frac{2}{10}$.

L'événement B est constitué de trois issue favorables, on a donc : $p(B)=\frac{3}{10}$.

L'événement C est constitué de cinq issue favorables, on a donc : $p(C)=\frac{5}{10}$.

2. Arbre des possibles : On vérifie que 0,2 + 0,3 + 0,5 = 1



Exercice 2 : Les familles de cartes

Un jeu de 32 cartes à jouer est constitué de quatre « familles » : trèfle et pique, de couleur noire ; carreau et cœur, de couleur rouge. Dans chaque famille, on trouve trois « figures » : valet, dame, roi. On tire une carte au hasard dans ce jeu de 32 cartes.
Quelle est la probabilité des événements suivants ? :

1. « La carte tirée est une dame. »

2. « La carte tirée est une figure rouge. »

3. « La carte tirée n'est pas une figure rouge. »

1. « La carte tirée est une dame. » Dans un jeu de 32 cartes, il y a 4 dames, soit 4 possibilités, ou cas favorables, pour l'événement A. Le nombre de cas possibles est égal au nombre total de cartes, soit 32. D'où $p(A)=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$. Conclusion : La probabilité de tirer une dame est $\frac{1}{8}$.

2. « La carte tirée est une figure rouge. » Dans un jeu de 32 cartes, il y a 3 figures carreaux et 3 figures cœurs, 6 possibilités, ou cas favorables, pour l'événement B. D'où $p(B)=\frac{6}{32}=\frac{3}{16}$. Conclusion : La probabilité de tirer une figure rouge est $\frac{3}{16}$.

3. « La carte tirée n'est pas une figure rouge. » L'événement C est l'événement contraire de B. Donc *p*(C) = 1 – *p*(B)
$p(C)=1-\frac{3}{16}=\frac{16-3}{16}=\frac{13}{16}$. Conclusion : La probabilité de ne pas tirer une figure rouge est $\frac{13}{16}$.

Exercice 3 : Les cartes

Déterminer la probabilité de tirer un as ou un cœur dans un jeu de 32 cartes.

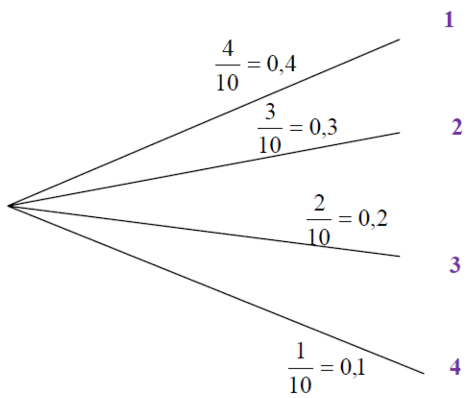
Dans un jeu de 32 cartes, il y a 3 as (le carreau, le trèfle, le pic), 1 as cœur et 7 cœurs. Il y a donc 11 chances sur 32 de tirer un as ou un cœur soit une probabilité de $\frac{11}{32}$.

Exercice 4 : Boule de sac

Un sac opaque contient les boules représentées ci-dessous ; un nombre de points est indiqué sur chacune d'elles. On tire au hasard une boule et on lit le nombre de points.

1. Dessiner l'arbre des possibles par les probabilités données sous forme fractionnaire et décimale.

2. Calculer la probabilité de l'événement A : « obtenir au moins 2 points ».



1. L'arbre pondéré des possibles. Les résultats possibles sont : 1, 2, 3, 4
On remarque que la somme des probabilités est égale à 1 : 0,4 + 0,3 + 0,2 + 0,1 = 1

2. Probabilité de l'événement A : « obtenir au moins 2 points ». L'événement contraire de A est : « obtenir 1 point »
On a donc *p*(non A) = 0,4. Comme *p*(A) + *p*(non A) = 1 , alors p(A) = 1 – *p*(non A) = 1 – 0,4 = 0,6
Conclusion : La probabilité de l'événement A est 0,6

Exercice 5 : Ecran LCD

Un écran LCD de forme rectangulaire a pour dimensions 60 cm × 45 cm. La partie principale de l'écran est elle-même représentée par un rectangle de dimensions 48 cm × 36 cm. Sachant qu'un pixel de l'écran est défectueux, déterminer la probabilité de l'événement A défini par : « le pixel défectueux se trouve sur la partie principale de l'écran ».

La probabilité cherchée est : $p(A)=\dfrac{aire\ totale\ de\ l'écran}{aire\ de\ la\ partie\ principale}$.

Avec aire de la partie principale = 48 cm × 36 cm = 1 728 cm² et aire totale de l'écran = 60 cm × 45 cm = 2 700 cm²

D'où $p(A)=\dfrac{1728}{2700}=0,64$. Conclusion : p(A) = 0,64

Exercice 6 : Service au tennis

Un joueur de tennis a droit à deux tentatives pour réussir sa mise en jeu. Gwladys réussit sa première balle de service dans 65 % des cas. Quand elle échoue, elle réussit la seconde dans 80 % des cas. Quelle est la probabilité pour qu'elle commette une double faute (c'est-à-dire qu'elle échoue deux fois de suite) ?

Pour la première balle de service elle réussit dans 65 % des cas, donc elle échoue dans 35 % des cas. Pour la seconde balle de service elle réussit dans 80 % des cas, donc elle échoue dans 20 % des cas. Donc 20 % de 35 % des mises en jeu effectuées ne sont pas réussies. On a : $\dfrac{20}{100}\times\dfrac{35}{100}=0,2\times0,35=0,07=\dfrac{7}{100}$. Conclusion : La probabilité pour que Gwladys commette une double faute est de $\dfrac{7}{100}$.

Exercice 7 : Jeton et urne

Une urne contient 5 boules indiscernables au toucher : deux bleues « B » et trois rouges « R ». On dispose également de deux sacs contenant des jetons : l'un est bleu et contient un jeton bleu « b » et trois jetons rouges « r », l'autre est rouge et contient deux jetons bleus « b » et deux jetons rouge « r ». On extrait une boule de l'urne, puis on tire un jeton dans le sac qui est de la même couleur que la boule tirée.

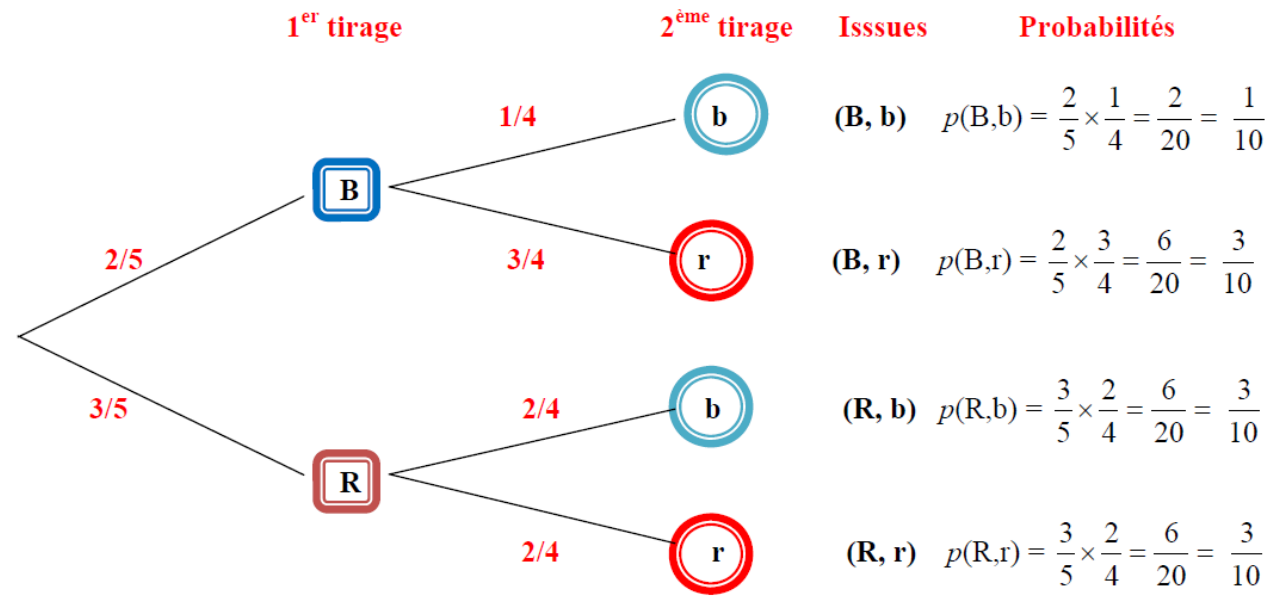
1. Combien y a-t-il d'issues possibles ?

2. A l'aide d'un arbre pondéré, déterminer la probabilité de chacune de ses issues.

3. Déterminer la probabilité d'événement A : « la boule et le jeton extraits sont de la même couleur »

1. Nombre d'issues possibles. Si la première tirée est bleue, le jeton tiré peut-être bleu ou rouge, soit deux résultats possibles (B, b) et (B, r). Si la première tirée est rouge, le jeton tiré peut-être bleu ou rouge, soit deux résultats possibles (R, b) et (R, r). Conclusion : Il y a 4 issues possibles.

2. Arbre pondéré des possibles :



3. Probabilité de l'événement A : « la boule et le jeton extraits sont de la même couleur ». L'événement A est constitué de deux événement élémentaires (B, b) et (R, r). $p(A)=p(B,\ b)+p(R,\ r)=\dfrac{1}{10}+\dfrac{3}{10}=\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$

Conclusion : La probabilité de l'événement A est $\dfrac{2}{5}$.

Exercice 8 : Boule et urne

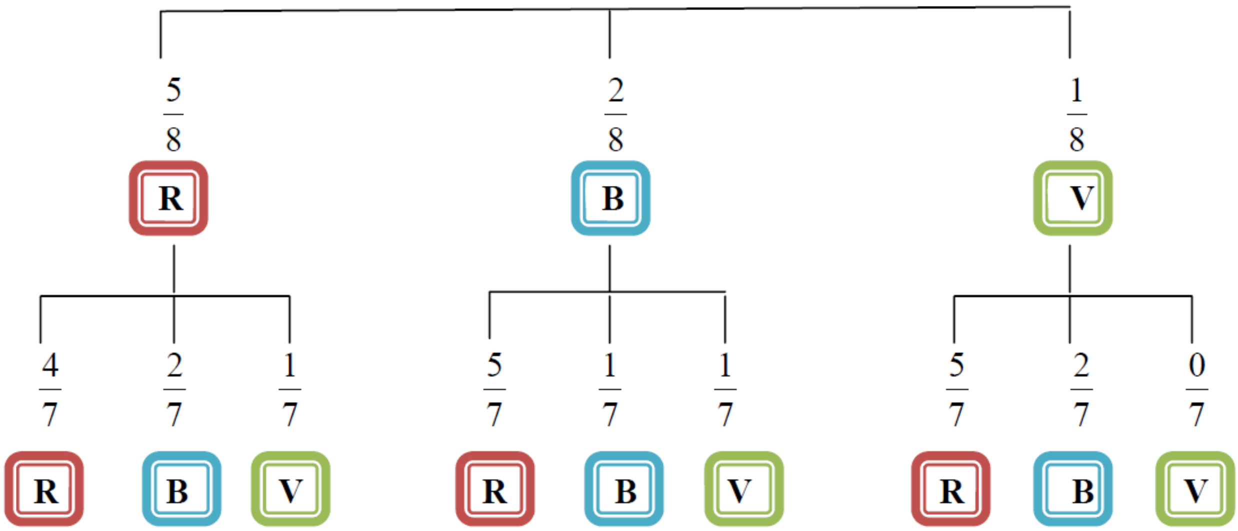
Dans une urne, il y a cinq boules rouges (R), deux boules bleues (B) et une boule verte (V), indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules. On veut déterminer la probabilité de tirer deux boules de la même couleur.

1. Représenter sur un arbre tous les possibles en indiquant sur les branches correspondantes la probabilité de tirer deux boules de chaque tirage lors des deux tirages.

2. En déduire la probabilité d'avoir : le couple (R, R), le couple (B, B) , le couple (V, V).

3. En déduire la probabilité de tirer deux boules de même couleur.

1. Représentation de l'arbre pondéré des possibles :



2. Probabilité d'avoir le couple (R, R). On a : $\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}=\frac{20}{56}$ soit $\frac{20}{56}$ des expériences qui donneront comme résultat (R, R)

Probabilité d'avoir le couple (B, B). On a : $\frac{2}{8}\times\frac{1}{7}=\frac{2}{56}$ soit $\frac{2}{56}$ des expériences qui donneront comme résultat (B, B)

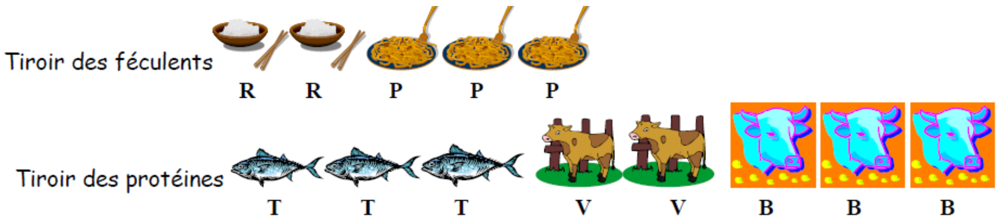
Probabilité d'avoir le couple (V, V). On a : $\frac{1}{8}\times\frac{0}{7}=0$ soit aucune expérience qui donnera comme résultat (V, V)

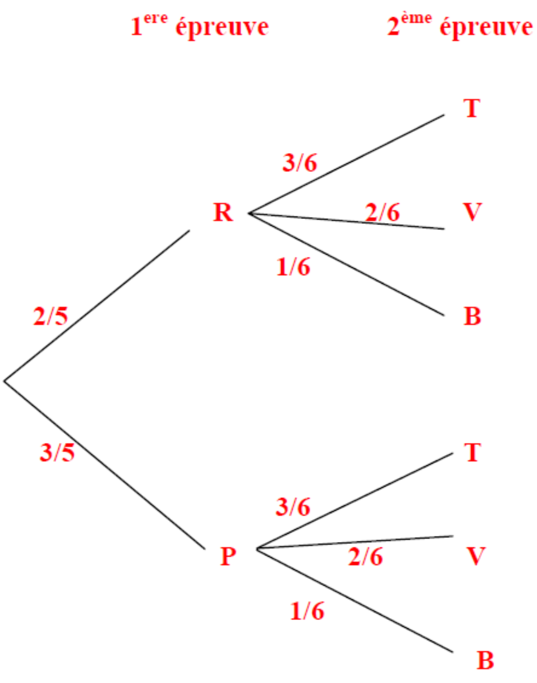
3. Probabilité de tirer deux boules de même couleur. Comme ces issues sont incompatibles, pour calculer la probabilité de tirer deux boules de même couleur, on ajoute les probabilités de ces issues. On a : $\frac{20}{56}+\frac{2}{56}=\frac{22}{56}$.

Conclusion : **La probabilité d'obtenir deux boules de même couleur est de** $\frac{22}{56}$

Exercice 9 : Nourriture d'un bateau

A bord d'un bateau, le tiroir des féculents contient deux sachets de riz et trois sachets de pâtes, et le tiroir des protéines contiennent trois boites de thon, deux boites de veau et une boîte de viande de bœuf. Pour composer son repas, un matelot prend d'abord un sachet au hasard dans le tiroir des féculents puis, toujours au hasard, une boîte dans le tiroir des protéines. Construire l'arbre pondéré des possibles de cette expérience à deux épreuves puis le compléter en calculant les probabilités associées à chaque issue.





Isssues	Probabilités
(R, T)	$p\,(R, T) = \frac{2}{5}\times\frac{3}{6}=\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$
(R, V)	$p\,(R, V) = \frac{2}{5}\times\frac{2}{6}=\frac{4}{30}=\frac{2}{15}$
(R, B)	$p\,(R, T) = \frac{2}{5}\times\frac{1}{6}=\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$
(P, T)	$p\,(P, T) = \frac{3}{5}\times\frac{3}{6}=\frac{9}{30}=\frac{3}{10}$
(P, V)	$p\,(P, V) = \frac{3}{5}\times\frac{2}{6}=\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$
(P, B)	$p\,(R, T) = \frac{3}{5}\times\frac{1}{6}=\frac{3}{30}=\frac{1}{5}$